SABENCIA

Sociedá asturiana de les ciencies

CIENCIA PRÁUTICA

ENGUEDEYOS CAÚSTICOS

R. FERNÁNDEZ[1]

1. DEPARTAMENTU DIVULGACIÓN SABENCIA

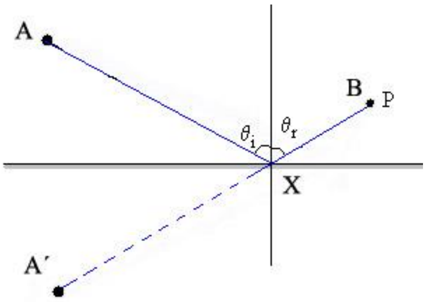
Hai vegaes que tando enguedeyáu nun esperimentu o proyeutu nel que tengo enfotu de verdá, obsesiónome con él, y nun cavilo más que nello, habiendo poques coses que puedan quitámelu de la mente, con una esceición, otru proyeutu que me pruya más.

Una vegada xugaba con un punteru láser, que facía pasar pente rendixes perfines y dellos polarizadores. Llevaba dellos díes dándo-y vueltes a la idea de poder caltriar sobre por cuála de les rendixes pasaba la lluz, y en qué proporción (asoleyé un artículu sobre esti tema na revista Ciencies númberu 3, de la Academia de la Llingua Asturiana, issuu.com/academiadelallinguaasturiana /docs/ciencies_2013?e=14406242/1102 1011). Una d'eses tardes, baxé del taller a la cocina cola idea de tomar un café. Sentéme cavilante y atestayáu, col punteru láser na mano, dándo-y vueltes. Nel culín cabero del café, entá quedaba daqué, disparé un fexe de lluz led a la taza, porque'l punteru tenía la doble opción led-láser (los bazares chinos tán enllenos que coses perafayadices), y de secute, ¡zas!, no fondero la taza apaeció una forma acorazonada, yera una curva cáustica, una triba de curva que forma parte de la familia les epicicloides, y qu'apaez como aberración de la reflexón de la lluz nuna superficie. Vime nun apuru, la cáustica llamó tanto la mio atención, que nun pudi volver al otru esperimentu, la mio mente daba vueltes siguiendo la curvatura cardioide de la cáustica del mio café.

¿Cómo y porqué apaez esa curva? Con idea d'esclariar les mios dubies, espolvé les lleiciones d'óptica.

La lluz (y en xeneral les radiaciones lletromagnétiques, el soníu, y a veces nós mesmos) va d'un puntu a otru nel mínimu tiempu posible[1], ye'l Principiu de Fermat. Esto tien una implicación perimportante, los rayos de lluz, siempre que puedan, van dir usando'l camín más curtiu, a efeutos práuticos, la reuta euclídea. Con esto, podemos llegar a imaxinar cuála ye la trayeutoria que va siguir un fexe de lluz al chocar escontra una superficie reflexante.

1.-Pa pretensiones de nueso esta definición ye más que soficiente, sicasí, ye incompleta, esiste una definición más completa y moderna que diz: "El camín que percorre la lluz pa dir d'un puntu a otru ye tal que'l tiempu emplegáu ye estacionariu respeuto a posibles variaciones de la trayeutoria".

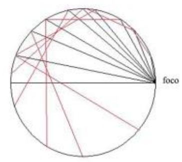


Como vemos el llugar onde'l rayu tien que chocar pa dir d'A a B ye'l puntu X, qu'atopamos al tirar la llinia desde'l reflexu d'A, nomáu A´, al puntu B, onde la llinia imaxinable choca escontra la superficie reflexante (en gris). La lluz sigue les mesmes regles que'l billar, y los dos ángulos, el del fexe que choca y el que rebota son iguales, y poro, cuanto mayor ye l'ángulu del rayu, mayor ye'l del reflexu. L'exemplu amuesa una superficie plana, pero estes mesmes regles funcionen cuando onde incide la lluz ye una curva, como la mio taza de café.

Cuando la lluz llega a la superficie interior de la mio taza desde'l puntu P vemos que los rayos nun interseuten nel mesmo llugar, como socede cuando los rayos lleguen paralelos a la exa de la superficie esférica, sinón que fácenlo too a lo llargo del segmentu Q-Q´ , rexón que denomamos aberración esférica, que nun ye otra cosa que la metá de la nuesa cardiode, o cáustica por reflexón.

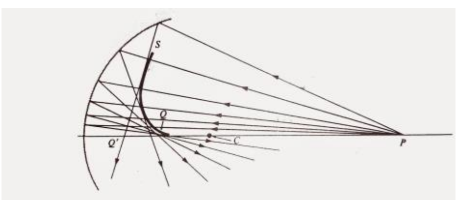
Una vegada que refresqué lo básico (pa los mios intereses nesi momentu) sobre reflexón, yá taba en plan pa entamar a dibuxar un modelu de la mio curva de la "taza de café".

Siguiendo les regles qu'enantes dixi, cualquier trayeutoria d'un rayu de lluz que dende un focu llegue al llau opuestu de la taza, va reflexase col mesmu ángulu col que llega, asina si l'ángulu ye cero la lluz volverá pel mesmu camín que vino, si ye 15º reflexará con 15º d'ángulu, si ye 30º fadrálo con 30, etc... Entós, si dibuxamos nuna circunferencia los rayos emitíos por un puntu de lluz que, por exemplu, ta nel llau derechu, y los que se reflexen, podremos facer una representación de la curva cardioide, que sedrá más exauta cuantes más trayeutories pintemos.



Na figura cabera pintamos la trayeutoria que siguen los rayos cada diez graos, como podemos ver si siguimos la llinia encarnada, xirando cada vez qu'interseuten dos llinies, asoma la famosa cáustica cardioide. El nuesu modelu ye percenciellu, pero imaxinemos que podemos pintar les trayeutories de los fexes de lluz hasta un grau infinitesimal, la nuesa representación, entós, si sedría una representación d'una curva cardioide real.

La idea de calcular el llargor d'una curva (a efeutos práuticos dibuxala) pente medies d'averamientos cada vez más finos, en nueso casu



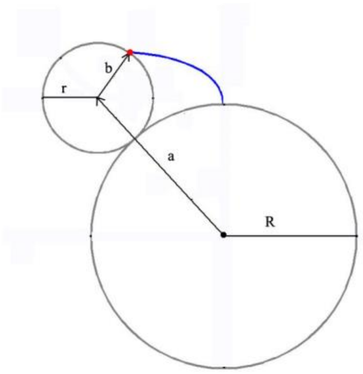
faciendo que'l númberu de divisiones seya cada vegada mayor, ye de lo que se val el cálculu infinitesimal, asina si sumamos tolos llargores resultantes de los averamientos cada vez más finos, lo que tamos faciendo, a grosso modo, ye calcular la integral. Na práutica, calcular el llargor pa una curva concreta ye abondo enguedeyoso, y necesítase saber munchos trucos sobre cálculu, poro, y nun queriendo entrar n'aspeutos gafos, hai un aspeutu de too ello que resulta interesante, depués de resolver la curva atopamos que pa caún de los puntos de la cardioide cúmplese que'l llargor de la curva hasta esi puntu ye igual al llargor de la trayeutoria del rayu desde'l focu hasta'l so contautu cola cardioide, por eso cuando pintamos les trayeutories de los rayos lo que pintamos son puntos reales de la cardioide, que tres trazar infinitos puntos representen de forma real a la curva.

El problema taba resueltu, poro entá quería siguir xugando cola idea, pa lo que fui beber a fontes antigües, a los trataos de xeometría del sieglu XVIII, de la mano de Luigi Cremona, que desendolcó la so carrera alredor de la xeometría proyeutiva, y ye conocíu pola so forma de tratar l'equilibriu de fuercies estátiques, qu'estudió col sofitu de filos, y que trató d'una manera formal nel so "Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane", pero esto déxolu pa otra entrada futura". Siguiendo les idees de Cremona, voi dicite cómo facer fermoses representaciones de epicicloides, non sólo les cardidiodes, sinón otres curves de la mesma triba.

Lo mesmo que pa les fuercies, la lluz tamién podemos representala con filos, y los puntos au reflexa pueden ser aguyes o clavos, con estos elementos podemos facer figures de curves acorazonaes como les que vimos, ensin usar tresportador d'ángulos.

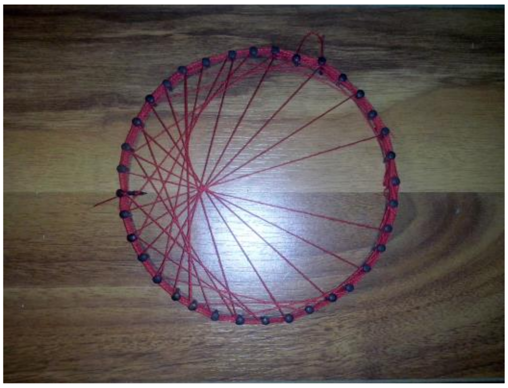
El métodu qu'usé valse d'una de les regles de la óptica que yá cité más arriba: los ángulos pequeños refléxense n'ángulos pequeños, los grandes fácenlo con ángulos grandes. Nel modelu anterior los dos ángulos (incidente y reflexáu) yeren iguales, poro anque éstos nun lo seyan podemos representar cardioides mesmamente. Pa ello partimos un círculu nes partes que nos pete (cuantes más meyor), y escoyemos un focu, desde ehí van salir toles llinies de "lluz". Agora sólo tenemos que tirar un filu desde'l focu a la primer división, y reflexalo... ¿ónde? Si escoyemos la llei de proporcionalidá que cité, pa la primer división tien que ser grande, pa la división que queda xustamente a 180º tien que ser nulu, asina podemos amesta-y un coeficiente de proporcionalidá, como por exemplu multiplicar el númberu de la división a la que tiramos el filu por un númberu fixu, los númberos con más interés (polo menos pa min, y nesti momentu) son el 2 y el 3. El dos xenera una curva cardioide, el tres xenera una curva vinculada a la cardioide, que nesti casu tien forma de reñón, la nefroide. La esplicación de porqué los númberos 2 y

3 son los más interesantes atopámosla nuna forma cenciella de dibuxar epicicloides; pa ello necesitamos dos ruedes, una con centru fixu, y otra que xira alredor d'ella, nesta cabera, nel cabu d'un de los sos radios va un llápiz que traza'l percorríu, ésti puede ser una epicicloide cardiodie, nefroide o otra. Podemos convenir que'l radiu de la rueda fixa nómase "R", y el de la móvil "r", el vector "a", xira sobre sigo porque tien un llau fitu, y mide a=R+r; l'otru vector, "b", tamién xira sobre sigo, poro un llau (l'interior) pivota au fina'l vector, y mide b=r. La trayeutoria que sigue esti llau de la mano de fuera, qu'además ye au ta'l llápiz, depende del llargor de los dos vectores, a y b. El cociente ente una y otra, m=b/a, diznos la forma de la curva, que sedrá 2 pa la cardioide y 3 pa la nefroide.



Instantánea d'un momentu na creación d'un cardioide pente medies de los vectores a y b.

Volvamos al tema que nos tenía entreteníos, usando'l 2 como fautor de proporcionalidá tenemos el reflexu del rayu que llega a la primer división dirá a la segunda, el del segundu a la cuarta, el terceru a la sesta, el de la división n al 2n... si vamos tirando llinies vamos dir viendo que va apaeciendo la curva cardiode, na rexón onde entren en contautu los filos.



Mesmos resultaos, que los atopaos tenémoslos si los rayos, en vez de venir d'un mesmu puntu, vienen desde un puntu infinitu (o perllonxanu). Al final tanto per un métodu como per otru, vamos atopar una representación pervaloratible de la nuesa curva (sobre too si trabayamos con un númberu grande de divisiones).

¿Qué socederá si usamos otros coeficientes, como el 3 o otru númberu? Déxote que faigas la preba.